

УДК 539.3+514.18

**Ярослав ЖУК**

y.zhuk@i.ua

м. Київ

**Віктор СІЧКО**

Andrew-mdu@ukr.net

**Лариса ВАСІЛЬЄВА**

Andrew-mdu@ukr.net

м. Миколаїв

**Ігор УМРИХІН**

zatark90@mail.ru

м. Київ

## **ЧИСЕЛЬНЕ ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ТРИВАЛОГО ДЕМПФЕРА З ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ ГАРМОНІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ВНУТРІШНІХ ВТРАТ**

*Чисельне вивчення вимушених коливань тришарового демпфера з фізично нелінійних матеріалів при гармонічному навантаженні з урахуванням внутрішніх втрат.*

*Ключові слова: коливання, демпфер, гармонічне навантаження, втрати.*

У техніці проблема контролю коливань механічних систем зумовлена тим, що в машинах, будівлях і механізмах існують джерела коливального збудження. Це двигуни або різноманітне технологічне устаткування. Вони викликають небажану вібрацію в об'єктах, яка може істотно впливати на міцність і стійкість механізмів, приводити до утворення тріщин, втрати працездатності конструкцій та спричиняти негативний вплив на людей.

Ефективні системи віброзахисту відіграють суттєву роль у забезпеченні працездатності приладів та устаткування, які працюють в умовах нестационарного і циклічного навантаження [1, 2]. Поглинання механічної енергії, яке відбувається в матеріалі та конструкції при знакозмінному деформуванні, сприяє зменшенню амплітуд коливань і зниженню небажаного впливу. Так, наприклад, для віброізоляції гіроскопічних та трубопровідних систем на судах, в літальних апаратах і будівлях часто використовуються в'язкопружні та в'язкопластичні демпфери [1, 3], в яких в'язке або сухе середовище викликає непружний опір. При великих амплітудах і низькій частоті коливань як віброізолятори часто використовуються матеріали або пристрої, механічна реакція яких аналогічна поведінці пружнопластичних або пружнов'язкопластичних матеріалів. У випадку високих швидкостей навантаження перевагу віддають в'язкопружним демпферам.

У реальних демпферуючих пристроях реалізуються деформації розтягу-стиску, згину або кручення, а як матеріали широко використовуються алюмінієві сплави. У звичайних металів і сплавів значні демпферуючі властивості в матеріалі спостерігаються лише в тому випадку, коли він переходить в область феноменологічної пластичності. При цьому механічна поведінка матеріалу стає істотно нелінійною.

Таким чином, необхідною умовою контролю (гасіння) коливань механічних систем є не тільки розуміння деталей динамічної поведінки систем під дією збуджуючих сил, а й якнайточніше описання нелінійної поведінки матеріалів, що складають демпфер. Для дослідження вказаного класу зв'язаних термомеханічних процесів необхідно використовувати термодинамічно узгоджені та експериментально обґрунтовані моделі для описання поведінки матеріалів. У даній статті з цією метою застосовується модель термов'язкопластичності Боднера-Партома [4, 5], конкретизація параметрів якої проведена в роботі [6].

Тришарові демпферуючі елементи мають ряд переваг. Вони часто використовуються для розв'язання різноманітних задач вібро- і шумоізоляції, особливо стосовно коливань металевих

тонкостінних конструкцій [2]. Такі пристрої можна легко використати як опори існуючих конструкцій для забезпечення високих характеристик в широких діапазонах температур і частот коливань [3]. Ці демпфери звичайно відносяться до одного з двох типів в залежності від того, чи виникають в демпфуючому матеріалі деформації розтягу, стиску або поперечного зсуву.

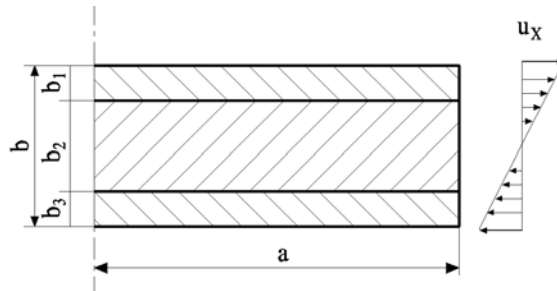


Рис. 1. Геометрія і навантаження тришарового демпфера із фізично нелінійних матеріалів

Найбільш ефективними є тришарові силові елементи у вигляді балок, пластинок, панелей и оболонок. У даній роботі досліджується задача про вимушені коливання і дисипативний розігрів тришарового в'язкопластичного демпфера  $|x| \leq a, |y| \leq b$  в умовах плоского напруженого стану. Демпфер перебуває під дією кінематичного згину на торцях, який змінюється за гармонічним законом (рис. 1). Вважається, що центральний і зовнішні шари демпфера-балки виготовлені з різних в'язкопластичних матеріалів. На міжшаровій границі виконуються умови ідеального теплового і механічного контакту. Виготовлення такої конструкції з металевих матеріалів не викликає значних труднощів і позбавлено недоліку зниження міцності у процесі експлуатації клейових з'єднань за рахунок старіння клею.

Постановка зв'язаної задачі про циклічне деформування і дисипативний розігрів в'язкопластичного демпфера-балки складається із співвідношень Коші, рівняння квазістатичної рівноваги (1), рівняння балансу енергії (2), визначальні рівняння поведінки матеріалу, які будуть конкретизовані нижче, початкові (3), а також механічні і теплові умови на зовнішній границі (4), (5)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0, \text{ в } V, \quad (1)$$

$$c_V \dot{\theta} + 3\alpha\theta K_V (\text{tr} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - 3\alpha\dot{\theta}) - D' - k\Delta\theta = r, \quad (2)$$

$$\theta(0) = \theta_0, \quad (3)$$

$$u_x = \pm \bar{\varepsilon} y \sin \omega t, \quad \sigma_{xy} = 0, \quad |x| = a; \quad \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0, \quad |y| = b, \quad (4)$$

$$-k\nabla\theta = \gamma(\theta - \theta_0), \quad |x| = a, |y| = b. \quad (5)$$

В'язкопластична поведінка матеріалу описується за допомогою моделі Боднера-Партома, в рамках якої повна деформація постає у вигляді суми пружної, непружної та теплової складових

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p + \boldsymbol{\varepsilon}^\theta, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\theta = \mathbf{I} \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta') d\theta'. \quad (7)$$

Модель також містить співвідношення закону Гука для пружної деформації (8), закон течії (9) і рівняння еволюції для параметрів ізотропного і кінематичного зміцнення (10), (11)

$$\mathbf{s} = 2G(\mathbf{e} - \boldsymbol{\varepsilon}^p), \quad \text{tr} \boldsymbol{\sigma} = 3K_V \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^\theta); \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{D_0}{\sqrt{J_2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{Z^2}{3J_2} \right)^n \right] \mathbf{s}; \quad Z = K + D; \quad (9)$$

$$\dot{K} = m_1 (K_1 - K) \dot{W}_p - A_K K_1 \left[ (K - K_2) / K_1 \right]^{r_K}, \quad K(0) = K_0; \quad (10)$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = m_2 (D_1 \mathbf{u} - \boldsymbol{\beta}) \dot{W}_p - A_D K_1 \left[ (\boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{\beta})^{1/2} / K_1 \right]^{r_D} \mathbf{V}, \quad \boldsymbol{\beta}(0) = \mathbf{0}, \quad (11)$$

де

$$J_2 = \mathbf{s} : \mathbf{s} / 2, \quad \dot{W}^p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \quad \mathbf{u} = \mathbf{s} / (\mathbf{s} : \mathbf{s})^{1/2}, \quad \mathbf{V} = \boldsymbol{\beta} / (\boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{\beta})^{1/2}, \quad D = \boldsymbol{\beta} : \mathbf{u}.$$

У рівняннях (1) – (11) прийняті наступні позначення:  $\boldsymbol{\varepsilon}$  і  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензори деформації та напруження відповідно;  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  і  $\boldsymbol{\varepsilon}^\theta$  – пружна, непружна і теплова складові відповідно тензора деформації;  $\mathbf{e}$  і  $\mathbf{s}$  – девіатори тензора деформації та напруження;  $K$  і  $\boldsymbol{\beta}$  – параметри ізотропного і кінематичного зміцнення відповідно;  $\theta$  – температура;  $G$  і  $K_V$  – модуль зсуву і об'ємний модуль відповідно;  $D'$  – швидкість дисипації енергії;  $k$  – коефіцієнт теплопровідності;  $c_V$  – коефіцієнт теплоємності при сталому об'ємі;  $\alpha$  – коефіцієнт лінійного теплового розширення;  $r$  – потужність джерел тепла;  $\gamma$  – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні тіла;  $\theta_0$  – температура зовнішнього середовища;  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $A_K$ ,  $A_D$ ,  $r_K$ ,  $r_D$  і  $n$  – параметри моделі. Згідно з формулюванням моделі коефіцієнти  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $K_1$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $r_K$  і  $r_D$  не залежать від температури, а  $K_0$ ,  $K_2$ ,  $A_K$ ,  $A_D$ ,  $K_V$  і  $G$  є функціями температури. У (1) – (11) – одиничний тензор відповідного рангу;  $\mathbf{a} : \mathbf{b}$  – згортка тензорів  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{b}$ ;  $\text{tr } \mathbf{a}$  – слід тензора  $\mathbf{a}$ .

Матеріалами шарів балки вибрані алюмінієвий сплав АМг-6 і сталь 12ХН3А. Їх термомеханічні властивості й константи узагальненої теорії течії Боднера-Партома взяті з роботи [7].

Чисельна реалізація задачі проводиться в рамках подвійного ітераційного процесу. Перший із них – внутрішній, пов'язаний з інтегруванням рівнянь еволюції, а другий – зовнішній – з розв'язанням задач квазістатичної рівноваги і теплопровідності. Рівняння еволюції інтегруються неявним методом Ейлера, в якому використовується правило «середньої точки». Система нелінійних трансцендентних рівнянь, що виникає на кожному кроці за часом, розв'язується методом простої ітерації. Для прискорення збіжності застосовується процедура Стефенса-Ейткена. Задачі рівноваги і теплопровідності розв'язуються за допомогою методу скінченних елементів.

Мета розрахунків полягає у виявленні закономірностей зв'язаних процесів в циклічно деформованих неоднорідних в'язкопластичних тілах, визначенні демпфуючих характеристик тришарової балки-демпфера та оцінка її ефективності для різної компоновки шарів.

Геометричні розміри вибрані наступними:  $a = 0,15$  м,  $b = 0,15 \cdot 10^{-1}$  м,  $b_1 = b_3 = 0,3 \cdot 10^{-2}$  м,  $b_2 = 0,24 \cdot 10^{-1}$  м, де  $b_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – товщини шарів (рис. 1). При розв'язанні задачі використані дві можливі компоновки: 1) зовнішні шари алюмінієві, а середній – сталевий (А–Ст–А); 2) зовнішні шари сталеві, а середній – алюмінієвий (Ст–А–Ст). Частота збудження дорівнює 1 Гц.

Розглядалися наступні термомеханічні характеристики: розмахи  $\sigma_{iN}^a$  і  $\varepsilon_{iN}^a$  інтенсивностей напружень і пластичних деформацій в точках з координатами  $x = 0,3 \cdot 10^{-1}$  м,  $y = 0,146 \cdot 10^{-1}$  м (величини з індексом 1),  $x = 0,3 \cdot 10^{-1}$  м,  $y = 0,1 \cdot 10^{-1}$  м (величини з індексом 2), які належать відповідно першому та другому шарам; середні по об'єму  $V$  тіла пластичні потужності  $\bar{D}'$ ; максимальні за період коливань значення середньої по об'єму накопиченої енергії  $W_e$  і температура вібророзігріву  $\theta$  в точці з координатами  $x = 0,0$  м,  $y = 0,15 \cdot 10^{-1}$  м. Відповідні вирази для цих величин наведені нижче

$$\sigma_{iN}^a = \max_{T_N} \sigma_i, \quad (12)$$

$$\varepsilon_{iN}^{pa} = \max_{T_N} \varepsilon_i^p, \quad (13)$$

$$\bar{D}'_N = \frac{1}{VT} \iint_V \mathbf{s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p dt dV, \quad (14)$$

$$W_{eN} = \frac{1}{V} \max_{T_N} \int_V \left[ \frac{1}{18K_V} (\text{tr } \boldsymbol{\sigma})^2 + \frac{1}{4G} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right] dV, \quad (15)$$

де індекс  $N$  вказує номер циклу.

Результати розрахунків для компоновки А–Ст–А при параметрі навантаження  $\bar{\varepsilon} = 0,1 \cdot 10^{-1}$  наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

**Результати розрахунків для компоновки А–Ст–А**

$N$	$\bar{D}'_N$ , МПа/с	$W_{eN}$ , МПа	$\sigma_{i1N}$ , МПа	$\varepsilon_{i1N}^p$ , %	$\sigma_{i2N}$ , МПа	$\varepsilon_{i2N}^p$ , %	$\theta$ , °С
1	3,608	0,759	152,4	0,627	438,7	0,316	21,77
2	4,691	0,860	180,9	0,548	159,2	0,288	23,51
5	4,656	0,917	193,1	0,528	461,1	0,291	29,02
10	4,625	0,924	193,3	0,542	461,1	0,299	35,95
15	4,613	0,925	193,3	0,555	461,1	0,305	42,54
20	4,611	0,926	193,3	0,568	461,1	0,312	49,06

Результати дослідження напружено-деформованого стану при компоновках А–Ст–А і Ст–А–Ст наведені відповідно на рис. 2 та 3. На них лініями 1 і 2 показані розподіли розмахів інтенсивності напружень та інтенсивності пластичної деформації відповідно в перетині  $y = 0$ .

Порівняння двох компоновок демпфера показує, що найбільші по поперечному перетину напруження досягаються в сталевих шарах, коли вони є зовнішніми. Розподіл розмахів інтенсивностей напружень має стрибок на поверхні контактів матеріалів для обох компоновок. Розмахи інтенсивності пластичних деформацій розподілені неперервним чином і досягають максимуму на зовнішніх поверхнях балки.

Розподіл стаціонарної температури за товщиною демпфера в перетині  $y = 0$  показано лінією 3 на рис. 2. Воно характеризується високим ступенем однорідності. Така однорідність пояснюється достатньо високою теплопровідністю механічних матеріалів шарів. У випадку гумометалевих або полімерних конструкцій ситуація, напевно, буде іншою.

Для порівняння демпфуючої здатності двох вказаних вище компоновок (А–Ст–А і Ст–А–Ст) розглянуті наступні енергетичні характеристики:  $\bar{D}'_N$ ,  $W_{eN}$  і коефіцієнт поглинання  $\psi_L = \bar{D}'_N / W_{eN}$ . Результати для сьомого стабілізованого циклу представлені в таблицях 2 і 3. У таблиці 3 індексами позначені номери шарів.

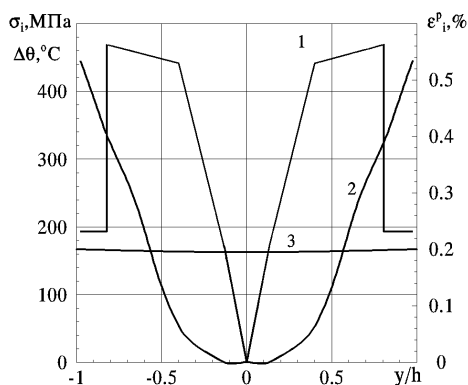


Рис. 2. Напружено-деформований стан при компоновці А–Ст–А

Таблиця 2

**Результати сьомого стабілізованого циклу**

Компоновка	$\psi_L$ , с <sup>-1</sup>	$\bar{D}'$ , МПа/с	$W_e$ , МПа
А–Ст–А	5,04	4,65	0,922
Ст–А–Ст	8,02	4,76	0,593

Таблиця 3

**Результати сьомого стабілізованого циклу**

Компоновка	$\psi_{L1,3}$ , с <sup>-1</sup>	$\psi_{L2}$ , с <sup>-1</sup>	$\bar{D}'_2$ , МПа/с	$\bar{D}'_{1,3}$ , МПа/с	$W_{e1,3}$ , МПа	$W_{e2}$ , МПа
А–Ст–А	9,85	4,01	0,672	3,30	0,07	0,82
Ст–А–Ст	11,53	3,76	1,779	1,19	0,15	0,32

З цих даних випливає, що компоновка Ст–А–Ст характеризується більшим коефіцієнтом поглинання. З енергетичної точки зору це означає, що для демпферування вимушених коливань більш вигідною є схема, коли достатньо товстий шар «м'якого» матеріалу підкріплюється з двох сторін тонкими шарами більш «жорсткого» матеріалу. Цей результат узгоджується із загальноприйнятою практикою проектування демпферуючих конструкцій [1, 2].

### Список використаних джерел

1. Нашиф А. Демпфирование колебаний / А. Нашиф, Д. Джоунс, Дж. Хендерсон; пер. с англ. — М. : Мир, 1988. — С. 448.
2. Кобелев В. Н. Расчет трехслойных конструкций : справочник / В. Н. Кобелев, Л. М. Коварский, С. И. Тимофеев. — М. : Машиностроение, 1984. — С. 304.
3. Тиба К. Динамические характеристики трубопроводных систем, опирающихся на вязкоупругие и упругопластические демпферы / Тр. амер. об-ва инж.-механиков. Современное машиностроение. Сер Б. — 1990. — № 7. — С. 33—38.
4. Bodner S. Constitutive equations for elastoviscoplastic strain hardening material / S. Bodner, Y. Partom. Trans.of ASME. J. Appl. Mech. — 1975. P. 385—389.
5. Джеймс И. Х. Экспериментальное сравнение нескольких современных вязкопластических моделей материала при повышенной температуре / Теоретические основы инженерных расчетов. — 1988. — № 1. — С. 52—58.
6. Сенченков И. К. Термомеханический анализ одной модели термовязкопластического деформирования материалов / И. К. Сенченков, Я. А. Жук // Прикл. механика. — 1997. — № 2. — С. 41—48.
7. Сенченков И. К. Концентрация напряжений и деформаций в надрезанном цабондре из вязкопластического материала при гармоническом нагружении / И. К. Сенченков, Я. А. Жук // Прикл. механика. — 1999. — № 2. — С. 15—22.

*Yaroslav ZHUK, Viktor SICHKO, Larusa VASILIEVA, Ihor UMRYKHIN*  
Mykolaiv

### NUMERICAL RESEARCH OF DISSIPATION ON THERMOMECHANICAL BEHAVIOR OF THREE LAYERED PHYSICALLY NONLINEAR DAMPER UNDER MONOHARMONIC STATIC DEFORMATION

*The numeric study of forced three layered beam of physically nonlinear materials under monoharmonic deformation is investigated with the account of inner losses.*

*Keywords: three layered, damper, monoharmonic deformation, losses.*

*Ярослав ЖУК, Виктор СИЧКО, Ларуса ВАСИЛЬЕВА, Игорь УМРИХИН*  
г. Николаев

### ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕМПФЕРА ИЗ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННИХ ПОТЕРЬ

*Численное исследование вынужденных колебаний трехслойного демпфера с физически нелинейных материалов при гармонической нагрузке с учетом внутренних потерь.*

*Ключевые слова: колебания, демпфер, гармонические нагрузки, потери.*

Стаття надійшла до редколегії 13.03.2017